

**LVI олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии**  
**МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР**  
Таллинн, 7 января 2009 года  
IX класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

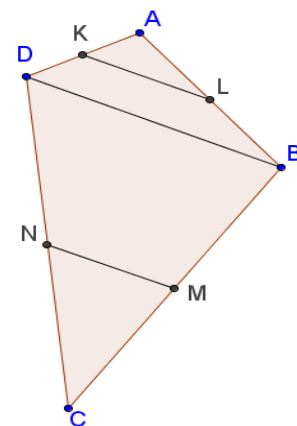
1. Договоримся считать числом, представленным на табло электронных часов такое число, которое состоит из цифр, показывающих часы и минуты. Это означает, что в 10 часов утра на табло появляется первое четырёхзначное число 1000 и за минуту до полуночи на табло появляется четырёхзначное число 2359.
  - 1) Определи первое четырёхзначное число, появляющееся на табло, которое делится нацело одновременно на числа 2, 3, 4, 5 и 6.
  - 2) Определи первое четырёхзначное число, появляющееся на табло, которое делится нацело одновременно на числа 2, 3, 4, 5, 6 и 7.
  - 3) Сколько таких четырёхзначных чисел, которые делятся нацело одновременно на числа 2, 3, 4, 5, 6 и 7 может появиться на табло электронных часов вообще?

2. Антс пошёл на рынок покупать клубнику. На рынке выяснилось, что стоимость ягод на 25% выше той стоимости, на которую он рассчитывал. Антс решил использовать на покупку клубники денег только на 20% больше запланированной суммы. На сколько процентов меньше клубники он купил по сравнению с запланированным количеством?

3. 1) Доказать справедливость равенства  $(a^2 + ab + b^2) \cdot (a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4$

- 2) Упростить выражение  $\frac{a^3 - 8}{a^4 + 4a^2 + 16} \cdot \frac{a^2 - 2a + 4}{a^2 - 4}$  и вычислить его точное значение при  $a = 7012009$ .

4. Дан произвольный четырёхугольник  $ABCD$ , диагональ  $DB$  которого равна 10 см, а площадь четырёхугольника  $ABCD$  равна  $50 \text{ см}^2$ . Середины сторон  $AB$  и  $AD$  этого четырёхугольника соединили отрезком  $KL$ , а середины сторон  $CB$  и  $CD$  соединили отрезком  $NM$  (см. чертёж). Найти расстояние между отрезками  $KL$  и  $NM$ .



5. К стене сарая хозяин хочет пристроить загон прямоугольной формы. Одной стороной загона будет стена сарая, а на строительство остальных трёх сторон загона хозяин планирует использовать 10 метров садовой сетки (см. чертёж). Какой длины необходимо взять сторону загона, перпендикулярную стене сарая, чтобы площадь загона была наибольшей?

